ARTICULOS

A la búsqueda de una interpretación matemática de una encuesta política según el método del escalograma de Guttman*

Por PIERRE-MARIE JURET

Tradicionalmente, se admite que el sistema de tests tiene por objeto estudiar el comportamiento de un individuo ante un conjunto de pruebas variadas. Así el test permite desvelar si no la personalidad al menos ciertas tendencias.

Para analizar las opiniones o los comportamientos, las escuelas behavioristas americanas han imaginado ciertos tests, llamados escalas de actitudes que tienen por fin indicar la intensidad de una actitud medida tan objetivamente como sea posible. Ya, antes de la segunda guerra mundial, Bogardus, Thurstone, Lickert habían inventado medios de valorar determinadas intensidades de las opiniones; terminado el conflicto, las bases lanzadas por estos adelantados fueron, cada vez, más ampliamente utilizadas. Partiendo de los principios generales de estas escalas de actitudes, Luis Guttman ha propuesto un método, llamado escalograma, que traduce un orden jerárquico de actitudes. El fin de Guttman "ha sido construir una escala formada por proposiciones rigurosamente jerarquizadas: es decir que la adhesión a una proposición de cierto nivel implica necesariamente la adhesión a las proposiciones de un nivel inferior" [1].

La técnica del escalograma presenta gran interés para el estudio de la ciencia política; varias aplicaciones han sido ya realizadas [2].

Partiendo de la idea de Guttman y de una de sus aplicaciones (Moscovici), hemos tratado de investigar si un escalograma, como el del militantismo político no podía ser presentado bajo una forma gráfica. Ad-

* Este artículo ha sido traducido de la "Revue du Droit Public et de la Science Politique en France et à l'étranger". Mai-Juin, 1962.

[1] DUVERGER, *Méthodes de la Science Politique*, P. U. F., 1959, p. 260.

[2] Así MOSCOVICI, "L'a analyse Hiérarchique sur une contribution importante à la construction des échelles, *L' Année psychologique*, P. U. F., 1954, n.º 1, p. 83; SAUERWEIN et VULPIAN, "Description des attitudes électorales collectives au moyen de l'analyse hiérarchique", en *Nouvelles études de sociologie électorale* (prólogo F. GOGUEL), Colin, 1958, p. 153.

quirido este primer punto, ¿era posible establecer una relación entre las curvas obtenidas y una expresión matemática en la cual la variable representaría cierto grado de militantismo?

Tomaremos el escalograma de Moscovici suponiendo que el grupo interrogado comprende cien militantes, clasificados según su supuesta unión al partido, a quienes se le hacen veinte preguntas sobre su vínculo político, por orden decreciente; así:

1.ª Pregunta: ¿Hacéis propaganda permanente por el partido?
2.ª " ¿Hacéis propaganda por el partido en vuestras horas libres?
3.ª " ¿Organizáis reuniones políticas públicas?
4.ª " ¿Pegáis carteles visibles ostensiblemente?
5.ª " ¿Pegáis carteles visibles por la noche?

....

16.ª " ¿Estáis suscrito al diario del partido?
17.ª " ¿Estáis suscrito a un diario que no parece opuesto al partido?

NO											SI											
20	19	18	17	16		5	4	3	2	1	20	19	18	17	16		5	4	3	2	1	M
											X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X	X	X	1
										X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X	X		2
										X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X	X		3
										X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X	X		4
										X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X	X		5
									X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X			6
									X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X			7
									X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X			8
									X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X			9
									X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X			10
									X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X			11
									X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X	X			12
								X	X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X				13
								X	X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X				14
								X	X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X				15
								X	X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X				16
								X	X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X				17
								X	X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X	X				18
							X	X	X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X					19
							X	X	X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X					20
							X	X	X	X	X	X	X	X	X	XXXX	X					21
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
			X	X	XXXXX	X	X	X	X	X	X	X	X									92
			X	X	XXXXX	X	X	X	X	X	X	X	X									93
			X	X	XXXXX	X	X	X	X	X	X	X	X									94
		X	X	X	XXXXX	X	X	X	X	X	X	X										95
		X	X	X	XXXXX	X	X	X	X	X	X	X										96
		X	X	X	XXXXX	X	X	X	X	X	X	X										97
	X	X	X	X	XXXXX	X	X	X	X	X	X											98
	X	X	X	X	XXXXX	X	X	X	X	X	X											99
	X	X	X	X	XXXXX	X	X	X	X	X	X											100

M = Militantes clasificados de 1 a 100.
Partido fuerte: 18 militantes por lo menos aceptan pegar en pleno día los carteles del partido.

18.ª Pregunta: ¿Leeis las informaciones concernientes al partido?
19.ª " ¿Votáis por el partido?
20.ª " ¿Os diferenciáis de algún modo de los extraños al partido?

Según que el grupo de 100 militantes pertenezcan a un partido fuerte o a un partido débil se podrá obtener el escalograma anterior.

Según este escalograma, se puede comprobar que el décimosexto militante está aún muy consagrado a la causa, puesto que pega carteles del partido ostensiblemente: Los cien militantes así interrogados pertenecen, pues, a un partido fuerte.

Por el contrario, si el partido es débil, las respuestas negativas a las mismas cuestiones hechas, aumentarán mucho más rápidamente, y se tendrá el escalograma siguiente:

NO											SI											
20	19	18	17	16		5	4	3	2	1	20	19	18	17	16		5	4	3	2	1	M
											x	x	x	x	x	XXXXX	x	x	x	x	x	1
										x	x	x	x	x	x	XXXXX	x	x	x	x		2
									x	x	x	x	x	x	x	XXXXX	x	x	x			3
								x	x	x	x	x	x	x	x	XXXXX	x	x				4
							x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXXXX	x					5
						x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXXXX						6
					x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXXX						7
					x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXXX						8
					xx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXXX						9
					xx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXXX						10
					xx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXXX						11
					xxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXX						12
					xxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXX						13
					xxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XXX						14
					xxxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XX						15
					xxxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XX						16
					xxxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	XX						17
					xxxxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	X						18
					xxxxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	X						19
					xxxxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	X						20
					xxxxx	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	X						21
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
		x	x	x	xxxxxx	x	x	x	x	x	x	x										92
		x	x	x	xxxxxx	x	x	x	x	x	x	x										93
		x	x	x	xxxxxx	x	x	x	x	x	x	x										94
		x	x	x	xxxxxx	x	x	x	x	x	x	x										95
	x	x	x	x	xxxxxx	x	x	x	x	x	x											96
	x	x	x	x	xxxxxx	x	x	x	x	x	x											97
	x	x	x	x	xxxxxx	x	x	x	x	x	x											98
x	x	x	x	x	xxxxxx	x	x	x	x	x												99
x	x	x	x	x	xxxxxx	x	x	x	x	x												100

M = Militantes clasificados de 1 a 100.
Partido débil: sólo 4 militantes aceptan pegar en pleno día los carteles del partido.

Para representar gráficamente estos resultados, se puede proceder del modo siguiente: En el eje de abscisas se coloca el número de militantes, de cero a ciento y en el eje de ordenadas el grado de vinculación de estos mismos militantes. Se supone en el eje horizontal el punto B correspondiente a los 100 militantes y en el eje vertical el punto A correspondiente al máximo que se puede pedir a cada uno de ellos.

La curva representando el militantismo (C) tendrá la forma siguiente:

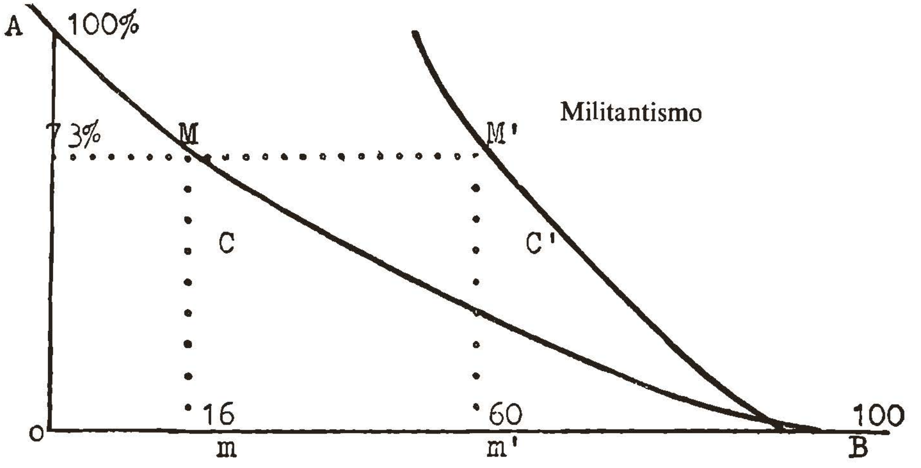


Fig. 3

Pero cuanto más fuerte sea el partido, más militantes habrá que acepten responsabilidades.

Así, en la fig. 3, el punto M, situado en la curva C indica que para una actividad correspondiente al 73 % del máximo que podrá suministrar un individuo, habría 16 militantes respondiendo positivamente.

En la curva C′, se comprueba, por el contrario, que para la misma actividad pedida, 73 %, se hallará esta vez 60 militantes dispuestos a comprometerse.

Así, cuanto más tiende la curva hacia la vertical en el punto B, el partido representado es más fuerte. Por otra parte, si se comparan los dos partidos representados por las curvas C y C′, la relación de su fuerza será

$$r = \frac{om'}{om} = 3'75.$$

¿Cuál será entonces el coeficiente que dará en las curvas C una marcha más o menos aproximada de la vertical en el punto B, expresión del partido ideal? Es el grado de militantismo. Nos queda por hallar si existe una función algebraica correspondiente a las diversas curvas posibles C.

Tomemos los valores respectivos de *x* e *y* del siguiente modo

$$x = \frac{\text{Número de horas consagradas al partido}}{\text{Número total de horas libres}} \quad (1)$$

e

$$y = \frac{\text{Número de adheridos consagrando x horas al Partido}}{\text{Número total de adheridos}} \quad (2)$$

Así *x* e *y* representan los dos porcentajes: *x*, es el porcentaje de horas libres que los adheridos consagran a su partido; e *y*, es el porcentaje de los adheridos que consagran cierto porcentaje (x) de sus horas libres al partido.

Se puede representar así gráficamente los resultados que hemos obtenido por el escalograma:

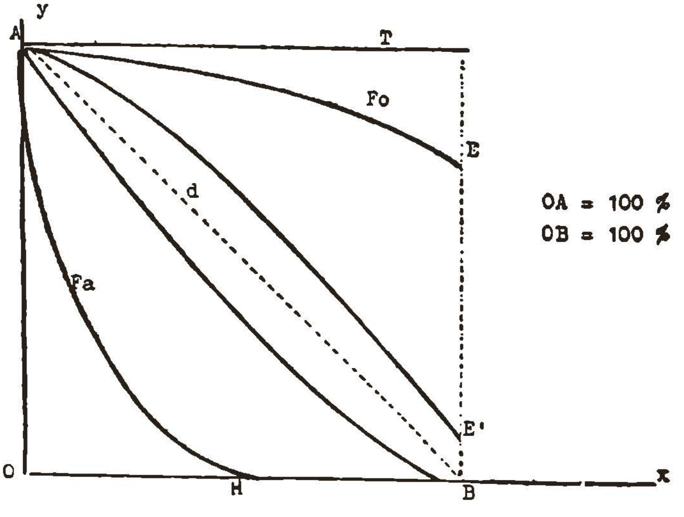


Fig. 4

Sea O el punto de intersección de los dos ejes.

En el eje de abscisas, se toma una distancia OB y en el de ordenadas, una distancia OA, tales que:

$$x = OB = 1$$

e

$$y = OA = 1$$

correspondiendo las dos a la máxima.

En efecto, si $x = 1$, esto quiere decir que los militantes que tienen cierto número de horas libres, las consagran por completo al partido.

Así si un militante tiene treinta horas libres y dedica estas treinta horas a su partido, la expresión (1) se transforma en

$$x = \frac{30}{30} = 1$$

Análogamente, si $y = 1$, esto supone que el número de adheridos que dedica 8 horas de las que tiene libre al partido, corresponde al numero total de adheridos del partido, es decir, que todos los adheridos al partido consagran todo su tiempo al partido. Así, refiriéndonos al ejemplo ya citado concerniente a una encuesta entre 100 militantes, *y* será igual a 1 cuando estos cien militantes dedicasen todos el mismo tiempo (el máximo) al partido; la ecuación (2) será entonces:

$$y = \frac{100}{100} = 1.$$

Ahora bien, es evidente que según los diversos valores que tome *x*, *y* variará a su vez, y será posible trazar en el gráfico la curva representativa de esta variación.

Normalmente, cuanto más se pide a los militantes dar tiempo a su partido, menos voluntarios se encuentran. Así, la curva *y* partiendo del punto A en el eje de las ordenadas tendrá tendencia a decrecer y a aproximarse al eje de las abcisas a medida que *x* aumenta.

Pero es evidente que la gráfica se curvará de manera muy distinta según los partidos.

Si existiese un partido en el cual la actitud de los militantes fuese únicamente mecánica la curva bajaría de un modo perfectamente regular del punto A en el eje de ordenadas al punto B en el eje de abcisas, y esta curva estaría representada por una recta. Esto se ve en la figura 4, la recta punteada *d*.

En realidad, según su entusiasmo, los militantes dedicarán más o menos tiempo a su partido y esta curva *d* no existe prácticamente. Por el contrario, tendremos partidos fuertes, bien organizados, partidos de masa la mayoría de las veces, que tienen muchos militantes que están dispuestos a entregarse por completo a la causa que defienden; pero existe del mismo modo otros partidos, frecuentemente partidos de cuadros, obrando mucho más por presión o influencia de notables del partido que por una base de militantes entregados, o algunos partidos que no es fácil colocar en uno u otro de los dos grupos anteriores, en general, pequeños partidos; en éstos los verdaderos militantes son raros: en cuanto el trabajo pedido aparece demasiado difícil, el militante está tentado de escabullirse.

También la curva que parte de A no se presentará siempre de la misma forma: Podrá acercarse más o menos rápidamente hacia el eje de las abscisas bajo una forma convexa o cóncava.

Según la fuerza de los partidos, las curvas trazadas por A variarán entre dos límites, la curva horizontal (indicada en la figura 4, T) y la curva vertical, que se confunde con el eje de ordenadas. El primer caso supondría, en efecto, que todos los militantes del partido dedican todo su tiempo al partido (caso muy raro), el segundo que todos los militantes no dedican absolutamente un segundo al partido (situación todavía más inverosímil evidentemente).

La mayor parte del tiempo, en efecto, está entre estos dos límites que se situarán en las curvas representativas. El problema que vamos a tratar de resolver consiste en buscar si estas diversas curvas pueden ser analizadas bajo una forma científica.

Puede responderse afirmativamente. En efecto, el conjunto de estas curvas presenta —con ciertas reservas— las características de una función matemática. Esta función estaría definida por

$$y = (1 - mx)^m$$

¿Qué valor atribuiremos a cada una de estas letras? *x* e *y* han sido ya precisadas. En cuanto a *m*, se la puede definir de tal manera que $\frac{1}{m}$ sea el coeficiente de entusiasmo de los militantes.

Partiendo de esta función *y*, vamos a poder ahora examinar las diferentes situaciones que pueden presentarse. Estas situaciones variarán según el parámetro *m*, es decir, según el inverso del entusiasmo de los militantes.

Distinguiremos cuatro situaciones según los valores de *m*, a las cuales corresponden cuatro curvas.

1.ª situación:

$$m = 0 .$$

En este primer caso, la función es igual a 1. En efecto, *y* se transforma en

$$(1 - 0)^0 = 1.$$

En este caso, en efecto, el coeficiente de entusiasmo $\frac{1}{m}$ es igual a infinito, es decir, que el entusiasmo de los militantes no tiene límites. También la curva representativa de la función *y* se presenta como una recta, partiendo del punto A y paralela al eje de abcisas, cualquiera que sea el valor de *x*, por lo tanto una recta horizontal. Es la recta T del gráfico (fig. 4).

Esta situación es excepcional, pero puede presentarse; es lo que sucede cuando los militantes entregan absolutamente todo su tiempo al partido, no viven más que para el partido, se identifican con él (caso de federación, algunos grupos de jóvenes hitlerianos, por ejemplo).

2.ª situación:

$$0 < m < 1$$

m está comprendido entre 0 y 1.

El coeficiente de entusiasmo $\frac{1}{m}$ variará, pues, de un valor muy próximo al infinito hasta un valor muy próximo a la unidad. También la curva correspondiente F o (correspondiendo a un partido fuerte) partiendo del punto A descenderá hacia el eje de abcisas, en forma convexa. Si m está muy próximo a 0 ella no se alejará más que muy poco de la recta T. Si m está muy próximo de 1 se aproximará a la recta punteada d. Pero el extremo de esta curva nunca llegará a ser B. Cortará a la perpendicular al eje de abscisas en B, en un punto E que tendrá tendencia a aproximarse a B, en E′, por ejemplo, cuando m esté muy próximo a 1.

Se puede representar esta evolución en el cuadro siguiente:

x	$0 \nearrow 1$
y	$1 \searrow (1-m)^m$

$(1-m)^m$ es siempre decreciente cuando m varía entre 0 y 1.

3.ª situación:

$$m = 1$$

En este caso, la función y se transforma en

$$y = 1 - x.$$

Está representada en el gráfico por la recta punteada d que une A y B. Esto supondría, como hemos visto, una sola reacción mecánica de los individuos, tal como hubiera podido imaginarla Ward, lo que, en la práctica no puede ser considerado [3].

Así, si $x = \frac{1}{2}$, es decir, si se supone un interrogatorio en el cual se pidiese a los adheridos dar la mitad de su tiempo libre al partido, se tendría entonces $y = \frac{1}{2}$, es decir, que la mitad del número de los militantes interrogados contestaría positivamente. Análogamente, si se supone que el número de interrogados es de 100, se tendría para $x = 75$, $y = 25$ o todavía, para $x = 10$, $y = 90$. Esta perfecta correspondencia indica que esta hipótesis es completamente teórica.

[3] Al menos en la concepción actual de partido en Francia!

4.ª situación:

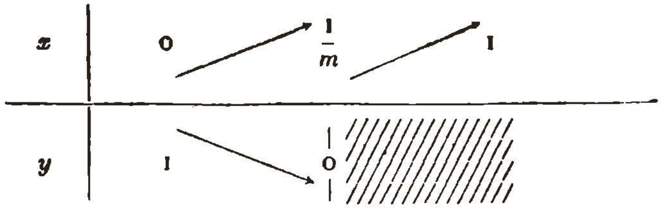
$$m > 1.$$

Este cuarto caso es efectivamente más frecuente.

El coeficiente de entusiasmo $\frac{1}{m}$ es, pues, siempre inferior a 1 y cuanto más crece *m*, más disminuye el coeficiente $\frac{1}{m}$. Esto corresponde, naturalmente, a los partidos que tienen algunos militantes consagrados a ellos y a los que prefieren no comprometerse demasiado, o al menos rehusan consagrar demasiado tiempo al partido, en una palabra, a los partidos débiles de los regímenes democráticos.

La curva esta vez partiendo de A se encontrará siempre por debajo de la recta *d*. No se alejará de ella más que muy poco si *m* es muy ligeramente mayor que 1. La curva se alejará claramente en el caso contrario; para valores grandes de *m* descenderá incluso rápidamente hacia el eje de abscisas, bordeando durante un cierto tiempo el eje de las *y*. Es la curva representada en el gráfico por *F a* correspondiente generalmente a un partido débil.

Se puede representar entonces la variación de los valores *x* e *y* en el cuadro siguiente:



La curva que desciende así hacia el eje de abscisas corta a éste en un punto H correspondiente al valor $x = \frac{1}{m}$. En efecto, cuando *x* toma el coeficiente de entusiasmo $\frac{1}{m}$, no hay ya entusiasmo del todo e *y* se hace igual a *0* [4].

Así la expresión $(1 - mx)^m$ es traducida gráficamente por el conjunto de los ábacos de la figura 4, correspondiente cada uno de ellos a los diversos valores de *m*: esto es, naturalmente, el entusiasmo de los militantes que los determina.

[4] A los valores de *x* comprendidos entre $\frac{1}{m}$ y 1 no corresponden ya valores de *y*; la función, en efecto, no está definida si *m* es fraccionario o irracional; lo es solamente si *m* es entero.

Sin embargo, es útil recordar que estas diferentes curvas no corresponden realmente a una función matemática, porque no traducen más que cien situaciones. Prácticamente, no tenemos, pues, más que cien puntos determinados en el gráfico y unidos entre sí; pero cada punto de las curvas, no tiene, pues, forzosamente, un valor correspondiente a una pregunta. Y esto es también aquí donde se debe diferenciar este estudio de todo otro estrictamente matemático; podemos, sin embargo, decir que esto es debido al concurso de las matemáticas como se puede llegar a lo que llamaremos simplemente tendencias [5].

(Traducción de E. L. M.)

[5] Ver a este objeto DUVERGER, *Méthodes de la Science Politique*, P. U. F., 1959, p. 372.